Si on définit les ensembles (au sens mathématique) en tant que « classe » (au sens intuitif du terme) on aboutit à une contradiction.

Considérons l'ensemble (= la classe) des chats. L'ensemble des chats n'est pas un chat donc cet ensemble n'appartient pas à l'ensemble des chats.

Considérons l'ensemble des concepts. C'est un concept. Donc l'ensemble des concepts appartient à l'ensemble des concepts.

On peut alors considérer l'ensemble des ensembles qui s'appartiennent et l'ensemble des ensembles qui ne s'appartiennent pas.

Considérons ce second ensemble $\mathscr{E}$. On a $\mathscr{E}$ = {E tq E ensemble et $E \notin E$ }

Posons nous la question de savoir si $\mathscr{E} \notin \mathscr{E}$?
C'est à dire s'il existe E tel que E= $\mathscr{E}$

Si $\mathscr{E} \notin \mathscr{E}$ alors d'après la définition de $\mathscr{E}$ $\mathscr{E} \in \mathscr{E}$
Si $\mathscr{E} \in \mathscr{E}$ alors toujours selon cette même définition $\mathscr{E} \notin \mathscr{E}$

Il y a donc une contradiction. On en déduit qu'on ne peut travailler mathématiquement avec ce type de définition des ensembles et il est préférable de garder le nom de « classe » pour bien faire la différence.

On ne peut travailler mathématiquement avec ce type de définition dans la mesure ou on applique le principe de non contradiction c'est à dire que la proposition P et (non P) ne peuvent être vraies en même temps = on ne peut avoir à la fois $\mathscr{E} \notin \mathscr{E}$ et $\mathscr{E} \in \mathscr{E}$. Car alors on ne pourrait rien plus affirmer. Les mathématiques seraient inutiles. Ce qui ne veut pas dire que physiquement on ne puisse avoir P et (non P): c'est le cas du chat de Schrödinguer.. qui est à la fois mort et non mort..

Comment mieux définir les ensembles au sens mathématique = être sûr que la définition n'entraînera pas de contradiction?